Гранична поведінка страхових премій залежних від параметрів

Дрозденко В. О.
Білоцерківський національний аграрний університет
drozdenko@yandex.ru

Нехай X це випадкова величина (не обов'язково невід'ємна, з фунцією розподілу $F_X(x)$), яка відображає розмір страхової компенсації пов'язаної з певною страховою угодою. Премію, яку слід заплатити при укладанні угоди за покриття ризику X, позначатимемо $\pi[X]$.

Експоненційна премія (en: exponential premium), для довільного ризику X, означається наступним чином

$$\pi_{\text{експ.}(\alpha)}[X] := \frac{1}{\alpha}\log(\mathrm{E}[e^{\alpha X}]), \quad \text{для } \alpha > 0.$$

Премія відрегульована ризиком (en: risk adjusted premium), для невід'ємного ризику X, означається в такий спосіб

$$\pi_{\text{в.р.}(\rho)}[X] := \int_0^\infty [1 - F_X(x)]^{1/\rho}dx, \quad \text{для } \rho \geq 1.$$

Премія пропорційного ризикового перетворення (en: proportional hazard transform premium), для довільного ризику X, означається так

$$\pi_{\text{п.р.п.}(\rho)}[X] := \int_0^\infty [1-F_X(x)]^{1/\rho}dx - \int_{-\infty}^0 1-[1-F_X(x)]^{1/\rho}dx, \quad \text{для } \rho \geq 1.$$

Премія Есшера (en: Esscher premium), для довільного ризику X, задається наступним співвідношенням

$$\pi_{\text{Есшер}(\alpha)}[X] := \frac{\mathrm{E}[Xe^{\alpha X}]}{\mathrm{E}[e^{\alpha X}]}, \quad \text{для } \alpha \geq 0.$$

Нагадаємо, що *істотний супремум* (en: essential supremum) (його в страховій літературі часто називають *премією максимальних збитків*) довільної випадкової величини X означається наступним чином

$$\text{ess sup}[X] := \sup\{\delta : F_X(\delta) < 1\},$$

а істотний інфімум (en: essential infimum), в свою чергу, наступним

$$\text{ess inf}[X] := \inf\{\delta : F_X(\delta) > 0\}.$$

Для вищеозначених принципів страхового оцінювання мають місце наступні граничні співвідношення.

Теорема 1. *Якщо для X існує $\varepsilon > 0$ таке, що $\mathsf{E}[|Xe^{\varepsilon X}|] < +\infty$, то*

$$\lim_{\alpha \to 0_+} \pi_{\textbf{експ.}(\alpha)}[X] = \mathsf{E}[X].$$

Теорема 2. *Для довільного ризику X виконується рівність*

$$\lim_{\alpha \to +\infty} \pi_{\textbf{експ.}(\alpha)}[X] = \text{ess sup}[X].$$

Наслідок 1. *Для довільної випадкової величини X має місце рівність*

$$\lim_{\alpha \to -\infty} \frac{1}{\alpha} \log(\mathsf{E}[e^{\alpha X}]) = \text{ess inf}[X].$$

Теорема 3. *Для довільного невід'ємного ризику X виконується рівність*

$$\lim_{\rho \to +\infty} \pi_{\textbf{в.р.}(\rho)}[X] = \text{ess sup}[X].$$

Теорема 4. *Для довільного ризику X виконується рівність*

$$\lim_{\rho \to +\infty} \pi_{\textbf{п.р.п.}(\rho)}[X] = \text{ess sup}[X].$$

Теорема 5. *Для довільного ризику X виконується рівність*

$$\lim_{\alpha \to +\infty} \pi_{\textbf{Есшер}(\alpha)}[X] = \text{ess sup}[X].$$

Наслідок 2. *Для довільної випадкової величини X має місце рівність*

$$\lim_{\alpha \to -\infty} \frac{\mathsf{E}[Xe^{\alpha X}]}{\mathsf{E}[e^{\alpha X}]} = \text{ess inf}[X].$$

[1] В.О. Дрозденко, *Гранична поведінка страхових премій, залежних від параметрів*, Науковий часопис НПУ ім. Драгоманова. Серія 1. Фіз.-мат. науки, **11**, (2010), 211–224.